



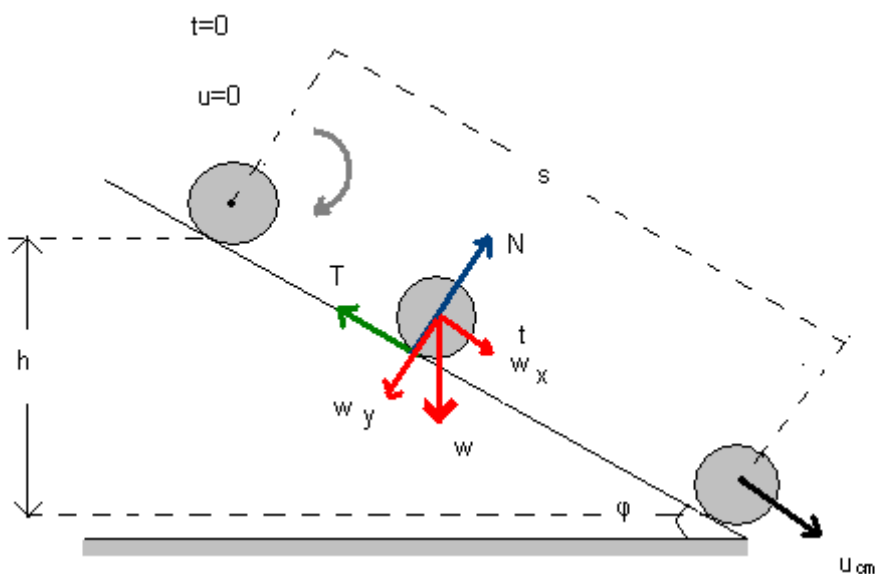
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΘΕΜΑ ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο και κυλάει χωρίς να ολισθαίνει. Το κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης φ . Τη στιγμή $t=0$ ο κύλινδρος βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς το κέντρο μάζας του είναι $I = \frac{1}{2}MR^2$. Να

υπολογιστούν:

1. η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου,
2. η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου,
3. η τριβή που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στον κύλινδρο.

Λύση:



1. Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα εφαρμόσουμε Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας από την αρχική θέση του κυλίνδρου σε ύψος h μέχρι τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου όπου $h = 0$. Μπορούμε να εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε. παρόλο που υπάρχει τριβή γιατί η τριβή δεν παράγει έργο εφόσον το σώμα δεν ολισθαίνει αλλά κυλιέται και άρα δεν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της. Ο κύλινδρος έχει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς και κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής.

$$E_{\text{ΜΗΧ(ΑΡΧ)}} = E_{\text{ΜΗΧ(ΤΕΛ)}} \Rightarrow$$

$$Mgh = \frac{1}{2}Mu_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow$$

$$Mgh = \frac{1}{2}Mu_{cm}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\omega^2$$

Όμως $u_{cm} = \omega R$ και άρα η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$Mgh = \frac{1}{2}Mu_{cm}^2 + \frac{1}{4}MR^2\left(\frac{u_{cm}}{R}\right)^2 \Rightarrow$$

$$gh = \frac{1}{2}u_{cm}^2 + \frac{1}{4}u_{cm}^2 \Rightarrow$$

$$u_{cm} = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

2. Για να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου θα χρησιμοποιήσουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση και το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την περιστροφική κίνηση.

Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής στον άξονα της κίνησης xx'

$$\Sigma F_x = M\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$Mg\eta\mu\phi - T = M\alpha_{cm}$$

$$\text{Σχέση (1)}$$

Θεμελιώδης Νόμος της Στροφικής Κίνησης:

$$\Sigma \tau = I\alpha \Rightarrow$$

$$TR = \frac{1}{2}MR^2\alpha$$

$$\text{Σχέση (2)}$$

Όμως η γωνιακή επιτάχυνση και η επιτάχυνση του κέντρου μάζας συνδέονται με τη σχέση:

$$a_{cm} = aR$$

Άρα η Σχέση (2) παίρνει τη μορφή:

$$TR = \frac{1}{2}MR^2 \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow$$

$$T = \frac{1}{2}Ma_{cm}$$

Σχέση (3)

Τελικά από τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει ότι:

$$Mg\eta\mu\varphi - \frac{1}{2}Ma_{cm} = Ma_{cm} \Rightarrow$$

$$a_{cm} = \frac{2}{3}g\eta\mu\varphi$$

3. Από τη Σχέση (3) και εφόσον έχουμε υπολογίσει την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου προκύπτει ότι:

$$T = \frac{1}{2}Ma_{cm}$$

$$T = \frac{1}{2}M \frac{2}{3}g\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$T = \frac{1}{3}Mg\eta\mu\varphi$$