αριστεύειν
ΚΕΝΤΡΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
Υμηττού & Φορμίωνος 47, Παγκράτι
Τηλ.: 210 756 3555 • Fax: 210 756 3532
e:aristevein@in.gr

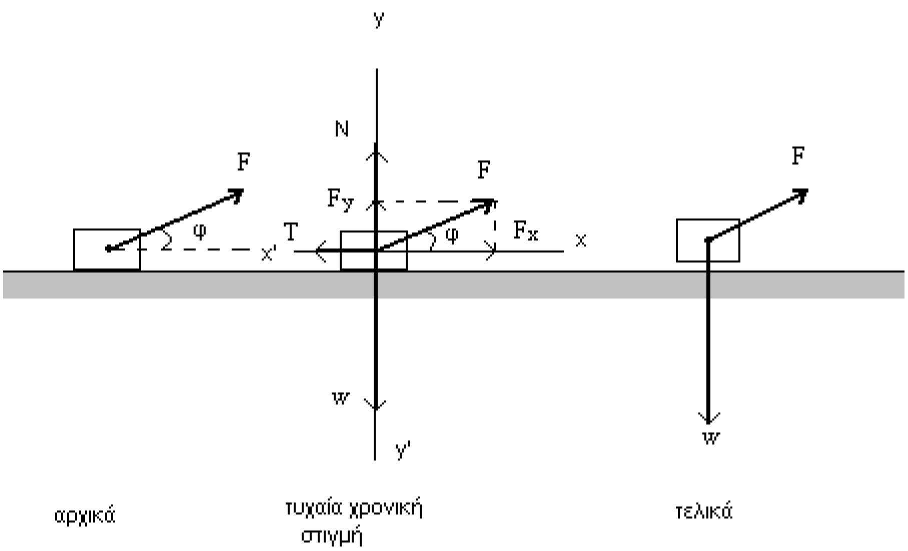
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΘΕΜΑ
ΦΥΣΙΚΗ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Σώμα μάζας m= 4 kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής μ= 0,25. Τη χρονική στιγμή t= 0 s, στο σώμα ασκείται μεταβλητή δύναμη F= 10+5x ($F \rightarrow N$, $x \rightarrow m$), η οποία σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα.

i. Μετά από πόση απόσταση το σώμα θα εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο;
ii. Ποια θα είναι η ταχύτητά του τότε;

Δίνονται: g= 10 m/s^2 , ημφ= 0,8 και συνφ= 0,6.

Λύση:



Σχήμα 1

i. Αρχικά σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα μια τυχαία χρονική στιγμή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Στο σώμα ασκούνται:
   1. το βάρος του w,
   2. η κάθετη αντίδραση του εδάφους N,
   3. η τριβή T από το έδαφος και
   4. η δύναμη F.

Ορίζουμε του άξονες xx΄ και yy΄. Αναλύουμε τη δύναμη F σε δύο κάθετες συνιστώσες F_x παράλληλη στη κίνηση και F_y κάθετη στην κίνηση.

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\phi = (10+5x)\cdot 0{,}6 \Rightarrow F_x = 6+3x, (F \to N, x \to m)$$
$$F_y = F \cdot \eta\mu\phi = (10+5x)\cdot 0{,}8 \Rightarrow F_y = 8+4x, (F \to N, x \to m)$$

Στον κατακόρυφο άξονα yy΄ το σώμα ισορροπεί:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow N + F_y - w = 0 \Rightarrow N = w - F_y \Rightarrow N = m\cdot g - (8+4x)$$
$$\Rightarrow N = 40 - 8 - 4x \Rightarrow N = 32 - 4x, (N \to N, x \to m)$$

Άρα η Τριβή δίνεται από τον τύπο :

$$T = \mu \cdot \mathrm{N} \Rightarrow \mathrm{T} = 0{,}25\cdot(32-4x) \Rightarrow T = 8 - x, (T \to N, x \to m)$$

Όταν το σώμα εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο εφόσον δε θα έχει επαφή με το έδαφος, η κάθετη αντίδραση του εδάφους θα είναι μηδέν.

$$N = 0 \Rightarrow 32 - 4x = 0 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = 8m$$

Άρα μετά από απόσταση 8 m το σώμα θα εγκαταλείψει το έδαφος.
Στο ίδιο συμπέρασμα θα καταλήγαμε θεωρώντας ότι τη στιγμή που εγκαταλείπει το έδαφος η Τριβή του σώματος με το έδαφος είναι μηδέν.

$$T = 0 \Rightarrow 8 - x = 0 \Rightarrow x = 8m$$

ii. Για να βρούμε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το έδαφος θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε). Δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουμε τους νόμους του Νεύτωνα γιατί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι μεταβλητές και άρα η επιτάχυνση δεν είναι σταθερή.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την αρχή που το σώμα ήταν ακίνητο μέχρι τη στιγμή που εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}mu^2 - 0 = W_{F_X} + W_T + W_{F_Y} + W_W + W_N \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}mu^2 = W_{F_X} + W_T + 0 + 0 + 0 \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}mu^2 = W_{F_X} + W_T$$

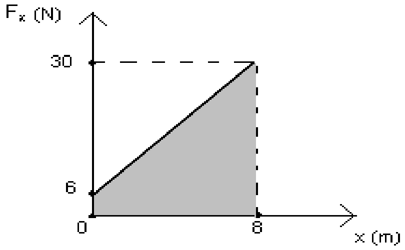
Σχέση 1

Τα έργα της F_y, του βάρους w και της κάθετης αντίδρασης του εδάφους N είναι μηδέν γιατί είναι δυνάμεις κάθετες στη μετακίνηση.
Το έργο της F_x είναι θετικό γιατί η F_x βοηθά την κίνηση του σώματος και προσφέρει ενέργεια σε αυτό. Το έργο της τριβής είναι αρνητικό γιατί η τριβή αντιστέκεται στην κίνηση και καταναλώνει ενέργεια.
Επειδή η F_x και η T είναι δυνάμεις με μεταβλητό μέτρο για να υπολογίσουμε το έργο τους θα κάνουμε τη γραφική παράσταση δύναμης – μετατόπισης. Τότε το έργο τους θα είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδό που

περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα της μετατόπισης.
Το σώμα εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο μετά από μετατόπιση x= 8 m. Για αυτή τη μετατόπιση τα έργα της F_x και της Τ είναι:

$$F_x = 6 + 3x, (F \to N, x \to m)$$

F_x (N)	0	8
x (m)	6	30



Σχήμα 2

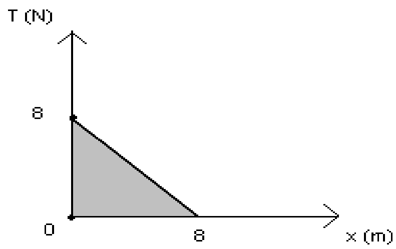
Από το Σχήμα 2 το εμβαδό του τραπεζίου είναι:

$$\text{E}\mu\beta = \frac{(\text{B}+\beta)\cdot\upsilon}{2} = \frac{(30+6)\cdot 8}{2} = 144$$

Άρα $W_{F_X} = \text{E}\mu\beta = 144J$

$$T = 8 - x, (T \to N, x \to m)$$

T (N)	8	0
x (m)	0	8



Σχήμα 3

Από το Σχήμα 3 το εμβαδό του τριγώνου είναι:

$$\text{E}\mu\beta = \frac{\beta\cdot\upsilon}{2} = \frac{8\cdot 8}{2} = 32J$$

Άρα $W_T = -\text{E}\mu\beta = -32J$

Από τη Σχέση 1 έχουμε:

$$\frac{1}{2}mu^2 = W_{F_X} + W_T \Rightarrow$$

$$u = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot (W_{F_X} + W_T)} \Rightarrow$$

$$u = \sqrt{\frac{2}{4kg} \cdot (144J - 32J)} \Rightarrow$$

$$u = \sqrt{56}m/s$$

Άρα το σώμα εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $u = \sqrt{56}m/s$.